

## Produtos notáveis

### Exercícios

---

1. (Espm 2013) O par ordenado  $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  é solução da equação  $x^3 + x^2y - 8x - 8y = 7$ . O valor de  $x - y$  é:

    - a) 1
    - b) 2
    - c) -1
    - d) 0
    - e) -2
  
  2. (G1 - ifal 2017) Determine o valor do produto  $(3x + 2y)^2$ , sabendo que  $9x^2 + 4y^2 = 25$  e  $xy = 2$ .

    - a) 27.
    - b) 31.
    - c) 38.
    - d) 49.
    - e) 54.
  
  3. (Uepb 2014) Dado  $x - \frac{1}{x} = 13$ , o valor de  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  é igual a:

    - a) 171
    - b) 169
    - c) 167
    - d) 130
    - e)  $\frac{168}{13}$
  
  4. (G1 - ifsc 2018) Considere  $x$  o resultado da operação  $525^2 - 523^2$ . Assinale a alternativa CORRETA, que representa a soma dos algarismos de  $x$ .

    - a) 18
    - b) 13
    - c) 02
    - d) 17
    - e) 04
-

5. (Insper 2015) Considere dois números positivos  $x$  e  $y$ , com  $x > y$ , tais que

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 8 \\ \sqrt{x^2 - y^2} = 15 \end{cases} .$$

Nessas condições,  $2x$  é igual a

- a) 31.
  - b) 32.
  - c) 33.
  - d) 34.
  - e) 35.
6. (Uece 2016) Se  $x$  é um número real tal que  $x + \frac{1}{x} = 3$ , então, o valor de  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  é
- Sugestão:** Você pode usar o desenvolvimento do cubo de uma soma de dois números reais.
- a) 9.
  - b) 18.
  - c) 27.
  - d) 36.

## Gabarito

---

### 1. C

Temos

$$\begin{aligned}x^3 + x^2y - 8x - 8y = 7 &\Leftrightarrow x^2(x + y) - 8(x + y) = 7 \\ &\Leftrightarrow (x + y)(x^2 - 8) = 7.\end{aligned}$$

Por inspeção, concluímos que  $(x, y) = (3, 4)$  e, portanto,  $x - y = -1$ .

### 2. D

Aplicando a fórmula do quadrado perfeito temos:

$$\begin{aligned}(3x + 2y)^2 &= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2 \\ (3x + 2y)^2 &= 9x^2 + 4y^2 + 12xy\end{aligned}$$

Sabendo que  $9x^2 + 4y^2 = 25$  e  $xy = 2$ .

$$(3x + 2y)^2 = 25 + 12 \cdot 2 = 49$$

### 3. A

$$x - \frac{1}{x} = 13$$

Elevando ambos os membros ao quadrado, temos:

$$\begin{aligned}\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= 13^2 \\ x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= 169 \\ x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} &= 169 \\ x^2 + \frac{1}{x^2} &= 171\end{aligned}$$

### 4. D

$$\begin{aligned}x &= 525^2 - 523^2 \\ x &= (525 - 523) \cdot (525 + 523) \\ x &= 2 \cdot 1048 \\ x &= 2096\end{aligned}$$

Portanto, a soma dos algarismos será:

$$2 + 0 + 9 + 6 = 17.$$

5. B

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab \cdot (a + b)$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) \rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

Mas,

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$(3)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot (3) \rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

6. D

Tem-se que

$$\begin{aligned} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 8 &\Rightarrow (\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y})^2 = 8^2 \\ &\Rightarrow 2x + 2\sqrt{x^2 - y^2} = 64. \end{aligned}$$

Logo, sendo  $\sqrt{x^2 - y^2} = 15$ , vem

$$2x + 2 \cdot 15 = 64 \Leftrightarrow 2x = 34.$$